

Fondamenti di Informatica - A. Fantechi

Raccolta di esercizi

Per gli esercizi sulla algebra booleana, si consiglia di verificare tramite tabelle di verità le equivalenze logiche proposte sulle dispense.

Esercizi di aritmetica binaria:

Esercizio 1

Siano $A = 11010111$, $B = 0101$, e $C = 1011$ la rappresentazione in complemento a due di tre numeri interi a , b , e c , rispettivamente su 8, 4 e 4 bit. Determinare, se esistono, quoziente e resto (su 4 bit) della divisione di a per b e di a per c .

Esercizio 2

Si consideri un elaboratore che lavora in complemento a due. Sia A una sequenza di p bit che rappresenta un certo numero reale a in virgola fissa. Dei p bit, f sono utilizzati per la parte frazionaria. (1) Determinare un algoritmo che, operando sulle rappresentazioni, trasforma la sequenza di bit A nella sequenza di bit A' , rappresentazione di a su p bit di cui f' per parte frazionaria. (2) Discutere eventuali situazioni di overflow. (3) Determinare come l'algoritmo influenza l'errore di rappresentazione (lo lascia invariato, lo aumenta, lo diminuisce).

Esercizio 3

Per ognuno dei seguenti numeri, dire quante cifre sono al minimo necessarie per rappresentarli in base due, in base tre ed in base cinque, dandone la relativa rappresentazione. I numeri interi saranno rappresentati come unsigned, quelli reali in virgola fissa, specificando il numero delle cifre della parte intera e della parte frazionaria.

$$A = 84788$$

$$B = 1024$$

$$C = 187,25$$

$$D = 2327,16$$

Esercizio 4

Per ognuno dei due numeri 4,03125 e 8,0005 dire:

- se sono rappresentabili in modo finito in base 2; in caso affermativo, dire con quante cifre di parte frazionaria sono rappresentabili e darne la rappresentazione;
- se sono rappresentabili in modo esatto in virgola fissa (unsigned) su 8 bit, di cui 4 per la parte intera e 4 per la parte frazionaria; in caso affermativo, darne la rappresentazione, altrimenti, dare la rappresentazione degli approssimanti, e dire con quale errore (per difetto o per eccesso) vengono rappresentati;

- se sono rappresentabili in modo esatto in virgola mobile secondo lo standard IEEE 754-1985 su 10 bit, di cui 4 per la mantissa e 5 per l'esponente; in caso affermativo, darne la rappresentazione, altrimenti, dare la rappresentazione degli approssimanti, e dire con quale errore (per difetto o per eccesso) vengono rappresentati.

Esercizio 5

Siano dati i numeri reali $r1 = +5.23$ e $r2 = +4.71$

(A) Determinare le loro rappresentazioni in virgola fissa su 8 bit di cui 4 per la parte decimale e

(B) eseguire l'addizione supponendo di disporre di 8 bit per rappresentare la somma. Si assuma di utilizzare l'aritmetica intera in modulo e segno.

SOLUZIONE:

Per prima cosa si esprimono i numeri $r1$ ed $r2$ in base due.

$$r1 = + 101.0011010001\dots$$

$$r2 = + 100.1011010111\dots$$

(A) La relazione tra un numero reale ed un numero intero determinata dalla rappresentazione in virgola fissa è la seguente

$$z = r * 2^f, \text{ con } f \text{ numero di cifre dopo la virgola.}$$

Essendo $f=4$ otteniamo:

$$z1 = r1 * 2^4 = + 1010011$$

$$z2 = r2 * 2^4 = + 1001011$$

Si noti che implicitamente abbiamo operato un troncamento alla quarta cifra dopo la virgola. La rappresentazione di $r1$ e $r2$ corrisponde a quella di $z1$ e $z2$, rispettivamente:

$$r1 = 01010011$$

$$r2 = 01001011$$

(B) I due numeri sono concordi, per cui i valori assoluti devono essere sommati. Questa somma viene eseguita sommando bit a bit, da destra a sinistra e tenendo conto dei riporti, i 7 bit meno significativi di $r1$ e $r2$. La somma è da considerarsi tra interi assoluti. È banale osservare che tale somma ha riporto uscente pari a 1 e quindi produce overflow.

Esercizio 6

Siano date le sequenze di bit $A = 11101010$ e $B = 11001110$.

Supponendo che tali sequenze siano la rappresentazione di due numeri a e b rispettivamente, ricavare tali numeri nei seguenti casi:

- a e b sono numeri naturali;
- a e b sono numeri relativi e la macchina usa la rappresentazione in complemento a due;
- a e b sono numeri reali rappresentati in virgola fissa, utilizzando 4 bit per la parte intera e 4 per la parte decimale. Si assuma inoltre che la macchina rappresenti gli interi in modulo e segno.

Dire l'esito dell'operazione di somma nei tre casi sopra, sapendo che per rappresentarla si hanno a disposizione 8 bit.

Esercizio 7

Dati i numeri relativi 125, -21, 47, darne la rappresentazione in complemento a 2 e in modulo e segno su 8 bit; dire poi quali operazioni possono essere fatte sulle loro rappresentazioni binarie per ottenere la rappresentazione in virgola fissa del risultato della divisione per 16 di tali numeri, verificando la fattibilità dell'operazione quando si considerino 3 bit per la parte intera e 5 per la parte frazionaria.

Esercizio 8

Considerare i seguenti numeri di 16 bit rappresentati in complemento a 2, in virgola fissa considerando 8 bit di parte frazionaria.

1101010001100000

1110011100010100

SOLUZIONE:

In complemento a due, R1 ed R2 sono la rappresentazione dei numeri interi

$$(-0010101110100000)_2 = (-11168)_{10}$$

$$(-0001100011101100)_2 = (-6360)_{10}$$

rispettivamente. Per cui i numeri reali r1 ed r2 si ricavano dividendo tali numeri interi per 2^8

$$r1 = (-00101011.10100000)_2 = (-43,625)_{10}$$

$$r2 = (-00011000.11101100)_2 = (-24,921875)_{10}$$

(B) in complemento a due,

$$z1 = (-00101011)_2 = (-43)_{10} \rightarrow 11010101$$

$$z2 = (-00011000)_2 = (-24)_{10} \rightarrow 11101000$$

La somma non produce overflow e vale 10111101.

Esercizio 9

Dati i numeri interi negativi $n1 = -2626$ e $n2 = -3024$, espressi in base 7, rappresentarli in complemento a due su 12 bit ed effettuarne la somma (operando in complemento a due).

SOLUZIONE:

In base dieci abbiamo

$$n1 = -(2 * 7^3 + 6 * 7^2 + 2 * 7 + 6) = -1000$$

$$n_2 = -(3 * 7^3 + 2 * 7 + 4) = -1047$$

Le loro rappresentazioni in complemento a due sono

$$N_1 = 110000011000$$

$$N_2 = 101111101001$$

La somma non produce overflow e vale

$$S = 100000000001$$

Esercizio 10

Trovare la base nel quale sono vere le seguenti uguaglianze:

$$17+41+22 = 102$$

$$5641-3330 = 2311$$

$$193 / 14 = 14$$

Esercizio 11

Dire quanti bit sono al minimo necessari per rappresentare in virgola fissa il numero 203,57 con un errore inferiore all'1%

Esercizio 12

Dire quanti bit sono al minimo necessari per rappresentare in virgola fissa in complemento a 2 il numero $-87,46875$

Esercizio 13

Verificare la validità delle seguenti equivalenze tra espressioni booleane:

$$1.1) x \text{ AND } (y \text{ OR } z) = \text{NOT } x \text{ NOR } (y \text{ NOR } z)$$

$$1.2) x \text{ XOR } y = (x \Rightarrow y) \text{ NAND } (y \Rightarrow x)$$

$$1.3) x \Rightarrow (y \Rightarrow z) = (x \Rightarrow y) \Rightarrow z$$

Esercizio 14

Siano date le sequenze di bit $A = 11010010$ e $B = 11101000$. Supponendo che tali sequenze siano la rappresentazione di due numeri a e b rispettivamente, ricavare tali numeri nei seguenti casi:

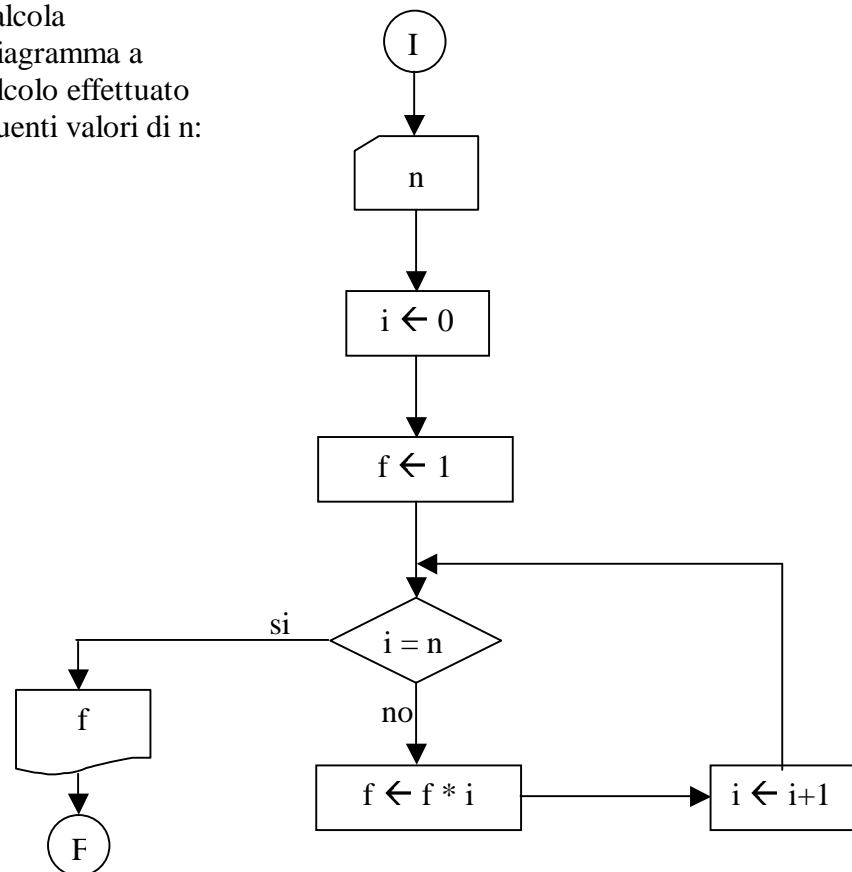
- a e b sono numeri naturali;
- a e b sono numeri relativi e la macchina usa la rappresentazione in complemento a due;

Dire l'esito dell'operazione di somma nei casi sopra, sapendo che per rappresentarla si hanno a disposizione 8 bit.

Esercizio 15

Descrivere quale funzione di n calcola l'algoritmo espresso da questo diagramma a blocchi, dando il risultato del calcolo effettuato quando si diano in ingresso i seguenti valori di n :

- a) $n = 1$
- b) $n = 0$
- c) $n = 5$
- d) $n = -1$



Esercizio 16

Dati i numeri interi negativi $n_1 = -2616$ e $n_2 = -3014$, espressi in base 9, rappresentarli in complemento a due su 12 bit ed effettuare la somma (operando in complemento a due).

Esercizio 17

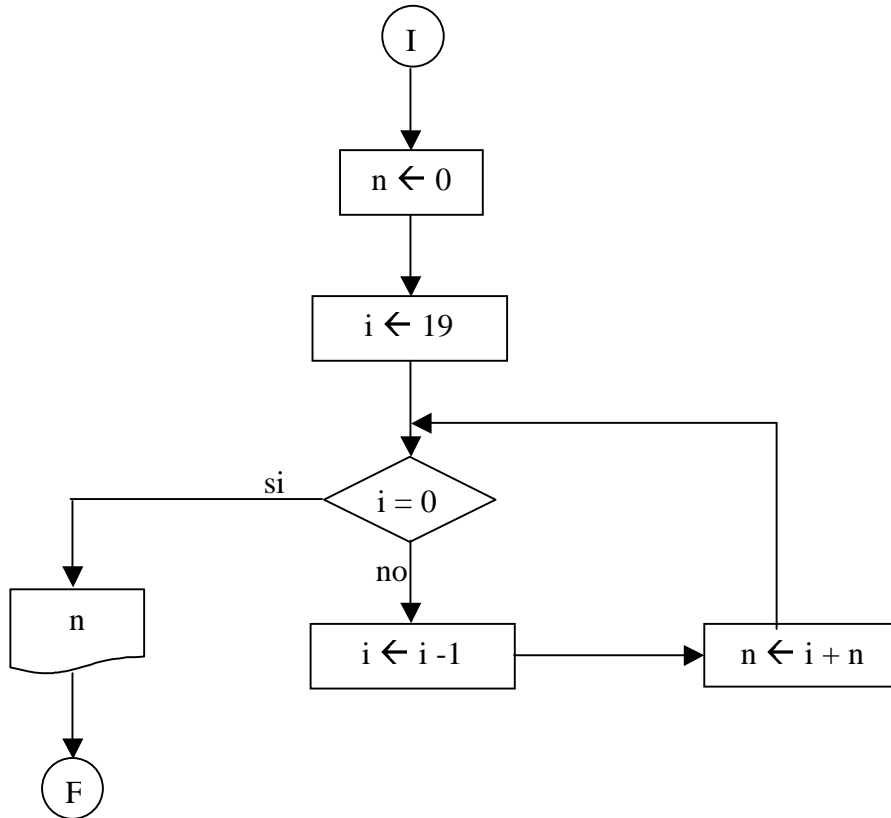
Determinare quali delle espressioni booleane proposte ai punti a, b, c, è equivalente alla espressione $(x \text{ AND } y) \text{ OR } z$:

- a) $(x \text{ NAND } y) \text{ NAND NOT } z$
- b) $(x \text{ NAND } y) \text{ NOR NOT } z$
- c) $(x \text{ NOR } y) \text{ NAND NOT } z$

Esercizio 18

Dato il seguente diagramma di flusso, dire se esso calcola:

- a) la somma dei numeri interi compresi tra 1 e 19
- b) la somma dei numeri interi compresi tra 0 e 18
- c) la somma dei numeri interi compresi tra 0 e 19



Esercizio 19

Dire quale delle seguenti configurazioni di 16 bit rappresenta in base due il numero espresso in base 8 come 3745:

- 0000011111100101 0111011100011001 0001111111100101

Esercizio 20

Data la configurazione di 16 bit 0001110001101101, dire quale è il numero risultante dalla sua divisione per 16, incrementato di 1:

- 0000011111100101 0000000111000111 0000011100011100

Esercizio 21

Se nel linguaggio C fosse previsto solo il ciclo **do-while**, come si potrebbe ottenere l'effetto degli altri tipi di ciclo (**for**, **while**)?

Esercizio 22

Scrivere un programma C che legga da tastiera una sequenza di 20 numeri interi con segno da intendersi come profitti (quelli positivi) e perdite (quelli negativi) di un'azienda, e che calcoli e stampi la somma dei profitti e la somma delle perdite nonché il guadagno complessivo.

Esercizio 23

Scrivere un programma che, preso in ingresso un numero intero positivo, calcoli quante cifre decimali e quante cifre binarie sono strettamente necessarie per rappresentarne il valore.

(suggerimento: *dividere ripetutamente con divisione intera il numero per la base, finché il risultato non diventi zero*).

Esercizio 24

Scrivere un programma C che legga da tastiera la data di nascita di una persona nel formato giorno, mese, anno e successivamente la data odierna nello stesso formato, e calcoli l'età della persona.

Esercizio 25

Scrivere un programma che legga da tastiera un numero intero dispari e calcoli tutti i suoi divisori primi.

Esercizio 26

Scrivere un programma che legga da tastiera tre numeri reali rappresentanti la lunghezza dei lati di un triangolo e ne fornisca l'area.

Esercizio 27

Scrivere un programma che letti due numeri reali da tastiera fornisca come risultato il numero 0 o il numero 1 a seconda che i due numeri siano o meno circa uguali.

Esercizio 28

Supponendo di avere un programma C dove compare la dichiarazione di funzione:

```
int f (int x)
{
    x = (x+37)/2
    return x
}
```

dire come occorre modificarne la chiamata:

```
y = z + f(s);
```

perché il programma si comporti nello stesso modo quando si sostituisca alla dichiarazione di f sopra riportata la seguente dichiarazione:

```
void f (int x, int *ris)
{
    *ris = (x+37)/2
}
```